記憶想起の安定性とカオス・ニューラルネットワーク(基研長期研究会「複雑系2」～物理から生物・進化・ゲームへ～,研究会報告)

藤田, 成隆; 西村, 治彦

記憶想起の安定性とカオス・ニューラルネットワーク

神戸大学　自然科学研究科　藤田成隆
兵庫教育大学　情報科学　西村治彦

１．はじめに

脳における記憶想起をモデル化するものとしての人工ニューラル・ネットワークは、これまで静的な記憶想起に関して研究の重点がおかれてきた。すなわち、Hopfieldモデル(1)を祖型とするこの種のモデルはデジタル化された情報をある種のポテンシャルの谷底に埋め込み、それらを想起する際ポテンシャルの谷の斜面を下るためにダイナミクスが動員されるわけだが、想起目標である情報はダイナミクスの固定点として扱われるので、然るべき情報に行き着いたあとに動的変化の介入する余地はない。埋め込まれた情報は保存されても、新たな情報の生成変化は起こり得ないのである。しかるに、脳の活動はそのはじまりから個体の死による終わりまで休むことを知らず、本質的に動的なものであるから、Hopfield型の静的な記憶想起は、セールスマン問題等に見られる工学的有用性はともかく、現実の脳活動の記憶想起の一部しか反映していない、もしくは全く関係がないと考えられよう。また、脳活動においてカオスが重要な役割を占めているらしいことが最近の研究によっていくつか示されているが、カオスが記憶想起にどのような役割を果たしているのかを明らかにするには、静的な記憶想起のモデルでは限界がある。

合原たちによって提起されたカオス・ニューラルネットワークモデル(2)は、ニューロン素子にカオス性を持つものを選ぶことで、不可避的に動的な多体系を扱うことになる。こうした系の全体の動的振舞いには興味深いものが観察されるが、「動的」連想記憶はその一例である(3)。ふつう動的連想記憶はHopfieldにより最初に提起された、パターンを循環的に想起するモデルのことを指すのだが、これはシナプス間結合に特殊なものを選ぶことで自然さを著しく損なっている。カオス・ニューラルネットワークモデルにおいてはシナプス間結合をもっとも単純な自己相関行列によるシナプス結合を選んでさえパターン想起が実現され、その想起のしかたは周期的であるとは限らないことが合原たちによって示されている。しかしながら、彼らの用いているモデルには学習の概念は入っておらず、また用いているパターンも互いの相関が弱いものであって現実からは離れていると考えざるを得ない。

われわれはモデルをより現実的なものとするために、まず「静的極限における学習」なる概念を導入する。その上でローカルな逐次的学習規則であるDiederich-Opper法(4)を静的極限において適用することで強い相関を持つパターンを「記憶」させた。
いうまでもなく、ここで言う「記憶」はあくまで静的極限において意味のあるもので、カオス・ニューラルネットワークモデルでそれが良く定義されたものかどうかはまったく不明で

ある。

本研究会では、このモデルのニューロンの内部状態に注目したコンピュータ・シミュレーションの結果を報告する。

2．モデル

基本となるモデルは合原たちによる、いわゆるカオス・ニューラルネットワークである。詳細は文献を参照されたい。

自己相関のないシナプス結合 $w_{ij}(w_{ii}=0)$ で結合されたN個のカオス・ニューロン $(0\le x_i \le 1, i=1,\ldots,N)$ を考える。各ニューロンの時間発展は

$$x_i(t+1)=f(\sum_{j=1}^{N}w_{ij}\sum_{d=0}^{t}k_f^d(2x_j(t-d)-1)-\alpha\sum_{d=0}^{t}k_r^d x_i(t-d)-\theta_i)$$

$$with \quad f(y)=\frac{1}{1+e^{-y/\varepsilon}}$$

で与える。ただし k_f はフィード・バック入力の減衰定数、k_r は不応性の減衰定数、α は不応性パラメター、θ_i はしきい値 である。

次にニューロンの内部状態を以下のように定義する

$$\eta_i(t+1)=\sum_{j=1}^{N}w_{ij}\sum_{d=0}^{t}k_f^d(2x_j(t-d)-1)$$

$$\varsigma_i(t+1)=-\alpha\sum_{d=0}^{t}k_r^d x_i(t-d)-\theta_i$$

するとニューロンの時間発展は

$$\eta_i(t+1)=k_f\eta_i(t)+\sum_{j=1}^{N}w_{ij}(2x_j(t)-1)$$

$$\varsigma_i(t+1)=k_r\varsigma_i(t)-\alpha x_i(t)-\theta_i(1-k_r)$$

$$y_i(t+1)=\eta_i(t+1)+\varsigma_i(t+1)$$

$$x_i(t+1)=f(y_i(t+1))$$

と書ける。以下簡単のため $-\theta_i(1-k_r)\equiv a$ とする。

ところで、k_r=k_r=α=0 とおくと、

$$x_i(t+1)=f(\sum_{j=1}^{N}w_{ij}(2x_j(t)-1)-\theta_i)$$

すなわち、Hopfieldモデル

$$s_i(t+1)=\tanh((\sum_{j=1}^{N}w_{ij}s_j(t)-\theta_i)/2\varepsilon)$$

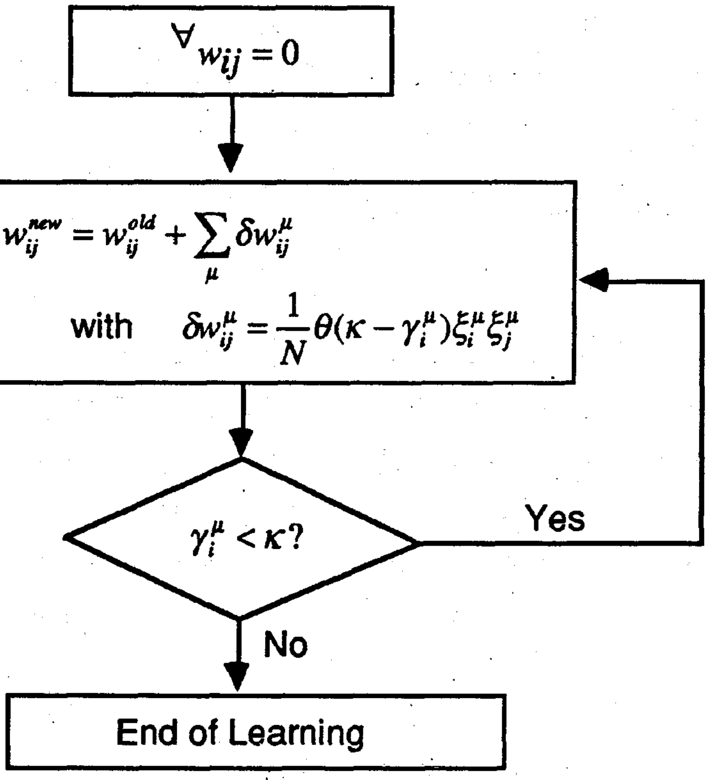
が得られる。ただし $s_i(t)=2x_i(t)-1$ である。そこで k_r=k_r=α=0 をHopfield極限と呼ぶこと

にしよう。

3．学習

カオス・ニューラルネットワーク自体には、従来の意味で正当化できるような学習規則は存在しない。なぜなら、目標である記憶内容への収束が保証されないからである。それゆえ学習規則はHopfield極限において適用するのが自然であろう。もちろんこうした考えの是非については議論の余地があろうが、ここでそれを議論をするつもりはなく、単なる便宜と考えていただいてもよい。われわれは互いに相関のあるパターンを記憶させたいので、ローカルな逐次的学習規則の一つであるDiederich-Opper法[(2)]を用いる。ここでいう「ローカル」とは、学習の際にパターンの全てをいちどに参照することはないという意味であり、「逐次的」とは学習が段階的・自己修正的に行われるということである。

互いに相関のあるp個のパターン$\xi_i^\mu (\mu=1,\cdots,p, i=1,\cdots N)$が与えられたときのDiederich-Opper法のアルゴリズムを以下に示す。



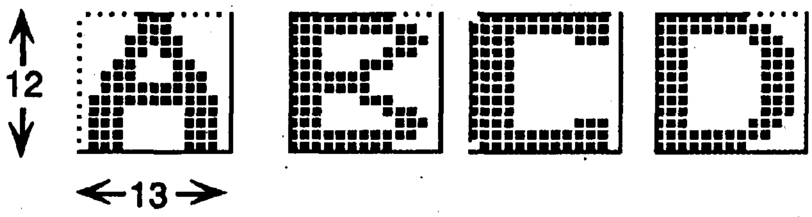
ここで$\gamma_i^\mu \equiv \xi_i^\mu \sum_{j=1}^{N} w_{ij}\xi_j^\mu$は安定性係数、κはパターンの埋め込み深度を決定するパラメターである。κ の値を大きくすることで、各パターンの安定性は向上するが、学習の収束時間が長くなる。詳細は文献を参照のこと。

3．数値実験

われわれの行った数値実験は以下のようなものである

・ニューロン数：156

・埋め込んだパターン：１２×１３のアルファベット４文字



・初期パターンをＡとランダム・パターンにした。

・パラメター

主に k_r, α, a を変化させてシミュレーションを行った。典型的な振舞いを示していると思われるものとして以下の３種類を挙げる。

$k_f = 0.2, k_r = 0.95, \alpha = 0.2, a = 0.1$	Periodic	
$k_f = 0.2, k_r = 0.94, \alpha = 0.2, a = 0.2$	Slightly Chaotic	$\lambda_1 = 0.01$
$k_f = 0.2, k_r = 0.94, \alpha = 1.0, a = 0.2$	Chaotic	$\lambda_1 = 0.11$

ただし、λ_1 は最大Lyapnov指数、また $\varepsilon = 0.015$ の値に固定した。

４．結び

われわれは、相互相関のあるパターンを埋め込んだカオス・ニューラルネットワークの動的特性を分析するために、その静的な極限（Hopfield極限）において、ローカルな逐次的学習規則であるDiederich-Opper法を適用することでパターンの埋め込みを行った。これによって、少なくとも静的極限での各パターンの平衡安定性が保証される。もちろん、カオス・ニューラルネットワークモデルに対してこうしたやりかたで学習規則を適用することの意味については改めて問われねばなるまい。

数値実験に見られた結果は：

（１）パターン想起の仕方は合原たちの実験と大差ない。すなわちカオス的な場合パターン想起は不規則・非周期的である。（図１）

（２）ニューロン内部状態 η, ζ は遷移期間を経て徐々にクラスターをなし（図２）、その数は時間保存する。各クラスターの振舞いはカオス的である。

（３）パターン数を増したときクラスター数は変化するが（図３）、その数はパラメター $k_f, k_r, \alpha, a, \varepsilon$ に依存しない。

（４）κ の値は主に 1.0 としたが埋め込みの深さ κ の値を変えたときにも、クラスター数の変化はみられない。

これら現象の理論的説明は現在進行中である。今後の課題として考えられるのは、学習規則を変えることでクラスタリングのなし方がどう変るか、すなわち、学習規則とクラスタリングとの関係になんらかの積極的意義が見い出せるかである。

参考文献

(1) J.J. Hopfield, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 79 (1982), 2554.
(2) K. Aihara, T. Takabe and M. Toyoda, Phys.Lett.A 144 (1990), 333.
(3) M. Adachi, K. Aihara and M. Kotani, in: Proc. of the 2nd International Conference on Fuzzy Logic & Neural Networks (1992) p. 947.
(4) S. Diederich and M. Opper, Phys.Rev.Lett. 58 (1987), 949.

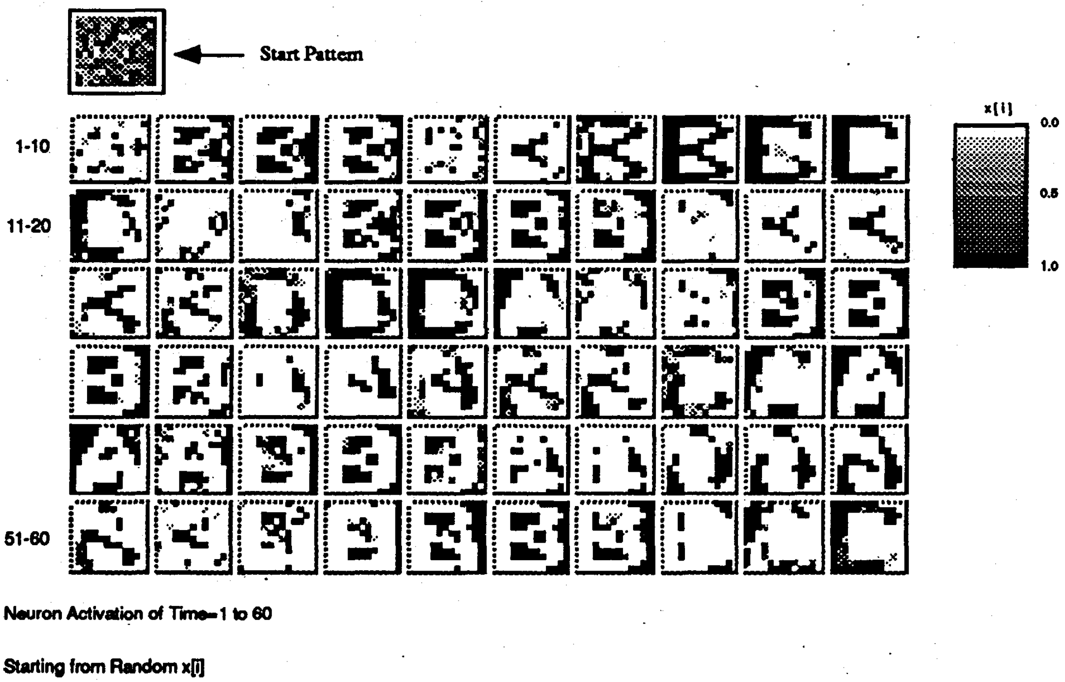


図１：ランダムなパターンを初期パターンとしたときの記憶想起例
$(k_f = 0.2, k_r = 0.94, \alpha = 1.0, a = 0.2)$

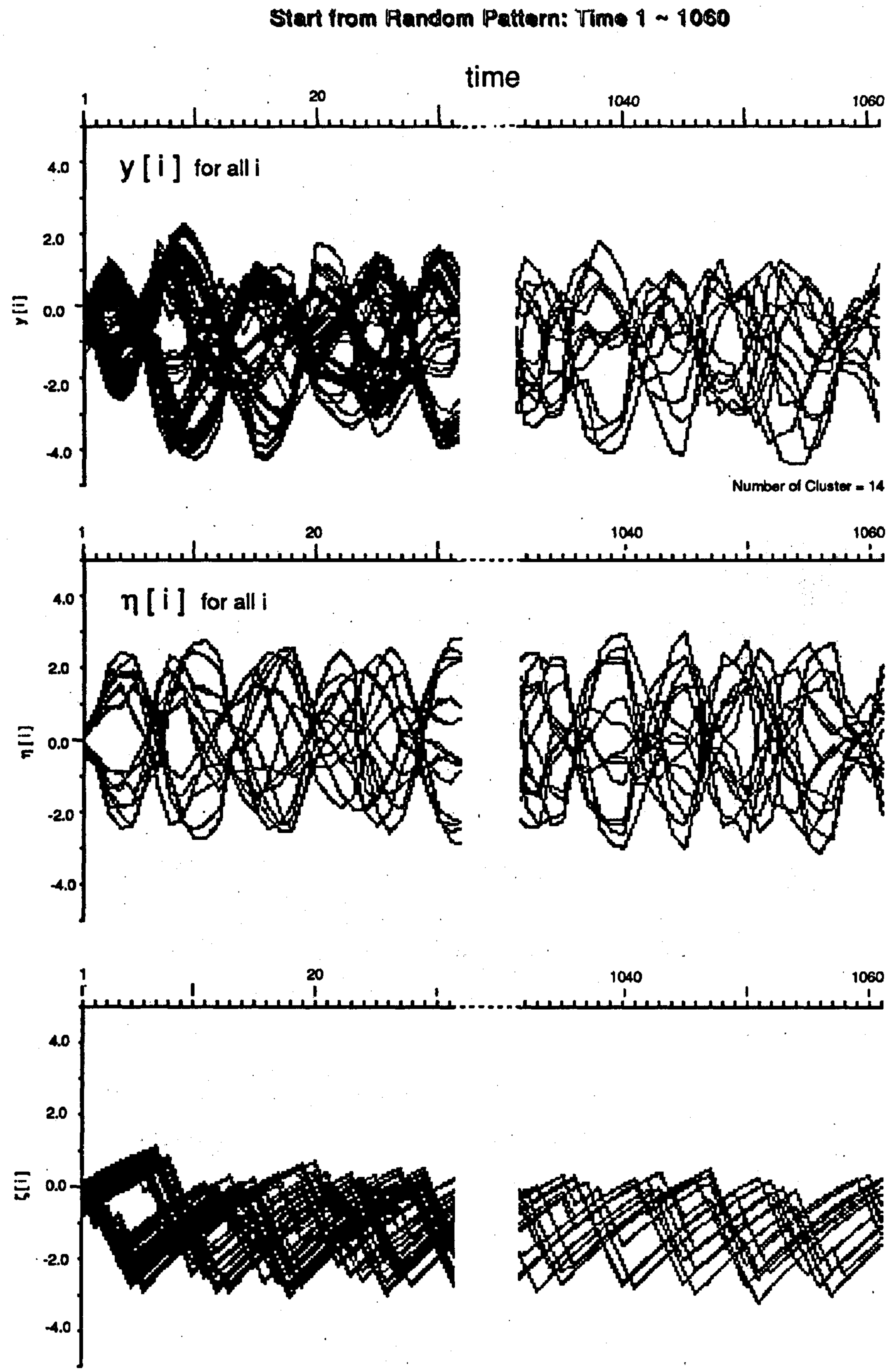


図２：ランダムパターンでスタートの場合（図１）のニューロン状態のクラスタリング

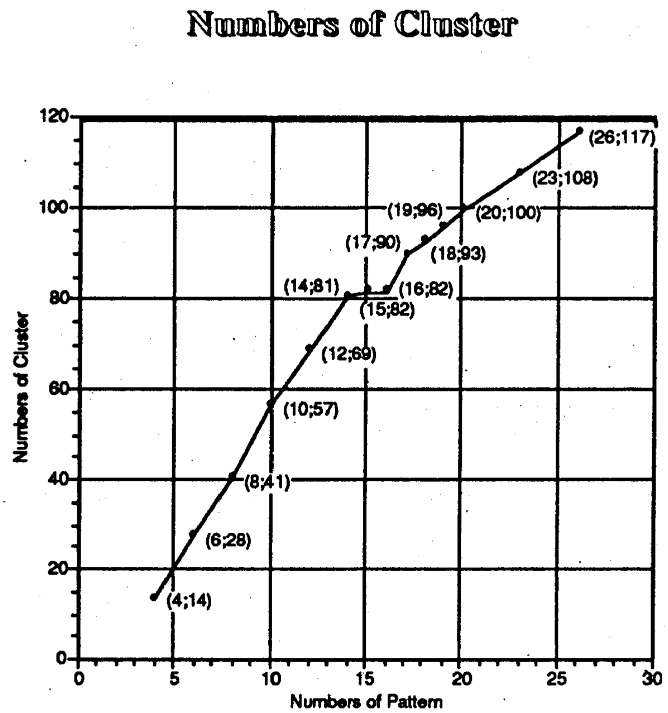


図３：パターン数を変えたときのクラスター数の変化